

16. 순환소수 $0.\dot{2}3$ 에 a 를 곱하면 유한소수가 된다고 한다. 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것을 고르면?

- ① 4 ② 6
 ③ 9 ④ 12
 ⑤ 15

17. 어떤 기약분수를 순환소수로 나타내는데, 가희는 분모를 잘못 보아서 $2.\dot{3}8$ 이라 하였고 우진은 분자를 잘못 보아서 $0.\dot{6}3$ 이라고 하였다. 처음의 기약분수를 순환소수로 나타내면?

- ① $3.\dot{6}7$ ② $3.\dot{8}7$
 ③ $3.\dot{8}9$ ④ $3.\dot{9}0$
 ⑤ $3.\dot{9}$

18. 분수 $\frac{42}{180}$ 에 어떤 자연수 N 을 곱하여 유한소수가 되게 하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 서술하여라.

기약분수로 나타냈을 때,

(2) 가장 작은 두 자리 자연수 N 을 구하여라.

19. $5.\dot{2}$ 보다 $4.\dot{6}$ 만큼 작은 수를 분수를 이용하여 구하고, 순환마디를 이용하여 순환소수로 나타내고, 풀이과정을 쓰시오.

20. 분수 $\frac{a}{168}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고,

기약분수로 나타내면 $\frac{3}{b}$ 가 된다고 한다. a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) a , b 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오.

(2) $\frac{a}{7} - b$ 의 풀이과정과 답을 쓰시오.

1)[정답] ②

[해설] 기약분수의 분모가 2나 5 이외의 소인수를 가질 때 순환소수로 나타낼 수 있다.

유한소수인 것을 찾으면 다음과 같다.

(i) 분모의 소인수가 2만 있는 경우

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{1}{2^5}, \frac{1}{2^6} \text{의 } 6\text{개}$$

(ii) 분모의 소인수가 5만 있는 경우

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{5^2} \text{의 } 2\text{개}$$

(iii) 분모의 소인수가 2와 5인 경우

$$\frac{1}{2 \times 5}, \frac{1}{2^2 \times 5}, \frac{1}{2^3 \times 5}, \frac{1}{2^4 \times 5}, \frac{1}{2 \times 5^2},$$

$$\frac{1}{2^2 \times 5^2} \text{의 } 6\text{개}$$

따라서 유한소수인 것의 개수는 $6+2+6=14$ (개)이고 순환소수인 것의 개수는 $99-14=85$ (개)

2)[정답] ①

[해설] 유한소수와 순환소수는 유리수이므로 <보기> 중 유리수는 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

ㄷ, ㄴ, ㅅ는 순환하지 않는 무한소수이므로 유리수가 아니다.

3)[정답] ③

[해설] $\frac{21}{120} = \frac{3 \times 7}{2^3 \times 3 \times 5} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2}$

$$= \frac{175}{2^3 \times 5^3} = \frac{175}{1000} = 0.175$$

③ ㉞: 5^2

4)[정답] ①

[해설] $\frac{A}{120} = \frac{A}{2^3 \times 3 \times 5}$ 이고 유한소수로 나타낼 수

있으므로 A 는 3의 배수이다.

(나)에 의해 A 는 3과 11의 공배수, 즉 33의 배수이고 두 자리의 자연수이므로 A 는 33, 66, 99이고 합은 198이다.

5)[정답] ③

[해설] $0.\dot{a}b + 0b\dot{a} = 1.\dot{2}$ 에서

$$\frac{10a+b}{99} + \frac{10b+a}{99} = \frac{11}{9}$$

$$\frac{11a+11b}{99} = \frac{11}{9}, \quad \frac{a+b}{9} = \frac{11}{9}$$

$$\therefore a+b=11$$

6)[정답] ⑤

[해설] $\frac{1}{5} < \frac{a}{30} < \frac{5}{6}$ 에서 $\frac{6}{30} < \frac{a}{30} < \frac{25}{30}$

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 이고 $\frac{a}{30}$ 이 유한소수이려면

a 는 3의 배수이어야 한다.

$6 < a < 25$ 에서 3의 배수인 a 의 값은 9, 12, 15, 18, 21, 24의 6개이다.

7)[정답] ⑤

[해설] ⑤ 순환소수 $1.9213213213 \dots$ 은 $1.9\dot{2}1\dot{3}$ 으로 나타낼 수 있다.

8)[정답] ④

[해설] $\frac{13}{55} = \frac{13}{5 \times 11}, \quad \frac{7}{120} = \frac{7}{2^3 \times 3 \times 5}$

두 분수에 자연수 N 을 곱하면 모두 유한소수가 되므로 자연수 N 은 11과 3의 공배수, 즉 33의 공배수이다.

따라서 두 자리의 자연수 N 은 33, 66, 99이고 합은 198이다.

9)[정답] ②

[해설] ㄴ. $5.065065065 \dots = 5.0\dot{6}5$

ㄷ. $1.0710710 \dots = 1.0\dot{7}1$

ㄹ. $2.134243424424 \dots = 2.1\dot{3}424$

10)[정답] ③

[해설] ① $0.\dot{9} = 0.999 \dots$ 이므로 $0.\dot{9} > 0.9$

② $0.\dot{3} = 0.3333 \dots, 0.3\dot{0} = 0.303030 \dots$ 이므로 $0.\dot{3} > 0.3\dot{0}$

③ $0.\dot{7}1 = 0.71111 \dots, 0.7\dot{1} = 0.717171 \dots$ 이므로 $0.\dot{7}1 < 0.7\dot{1}$

④ $0.4\dot{6} = 0.4666666 \dots$ 이므로 $0.4\dot{6} > 0.4666$

⑤ $0.5\dot{2}3 = 0.5232323 \dots, 0.52\dot{3} = 0.5233333 \dots$ 이므로 $0.5\dot{2}3 < 0.52\dot{3}$

11)[정답] ⑤

[해설] ⑤ $1.5222 \dots$ 은 $1.5\dot{2}$ 으로 나타낼 수 있다.

12)[정답] ④

[해설] $3.42\dot{1}59$ 는 소수점 아래 세 번째 자리부터 순환마디 159가 반복된다.

이때 $100 = 2 + 3 \times 32 + 2$ 이므로 소수점 아래 100번째 자리의 숫자는 순환마디의 두 번째 숫자인 5이다.

13)[정답] ③

[해설] a 는 3과 5의 공배수이므로 15의 배수이다.

$\frac{a}{2 \times 3^2}$ 을 소수로 나타내면 순환소수이므로

a 는 9의 배수가 아니어야 한다.

따라서 a 의 값으로 옳지 않은 것은 ③이다.

14)[정답] ⑤

[해설] ① $1.\dot{3}=1.333\dots$ 이므로 $1.\dot{3}$ 은 x 보다 크다.

② 순환마디는 04이다.

③ $x=1.3\dot{0}4$ 로 나타낸다.

④ 분수로 나타내면 $\frac{1304-13}{990}$

15)[정답] ②

[해설] ① (가): $1.353535\dots$ ③ (다): 990,

④ (라): 134, ⑤ (마): $\frac{67}{495}$

16)[정답] ①

[해설] $0.2\dot{3}=\frac{23-2}{90}=\frac{7}{2 \times 3 \times 5}$

따라서 곱할 수 있는 자연수는 3의 배수이어야 한다.

17)[정답] ④

[해설] $2.3\dot{8}=\frac{238-23}{90}=\frac{43}{18}$ 이고 분자는 바르게 보았

으므로 처음 기약분수의 분자는 43이다.

$0.6\dot{3}=\frac{63}{99}=\frac{7}{11}$ 이고 분모를 바르게 보았으므로

처음 기약분수의 분모는 11이다.

따라서 처음 기약분수는 $\frac{43}{11}$ 이고 순환소수로 나

타내면 $3.\dot{9}0$ 이다.

18)[정답] (1) 분모의 소인수가 2나 5 뿐이다.

(2) 12

[해설] (1) 기약분수의 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

(2) $\frac{42}{180}=\frac{7}{30}=\frac{7}{2 \times 3 \times 5}$ 이고 어떤 자연수 N 을

곱하면 유한소수가 되므로 자연수 N 는 3의 배수이어야 한다.

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 N 은 12이다.

19)[정답] $5.\dot{2}-4.\dot{6}=\frac{52-5}{9}-\frac{46-4}{9}=\frac{5}{9}$

$\frac{5}{9}$ 를 순환소수로 나타내면 $0.5555\dots=0.\dot{5}$ 이다.

[해설] 정답 참조

20)[정답] (1) $\frac{a}{168}=\frac{a}{2^3 \times 3 \times 7}$ 는 유한소수로 나타낼

수 있으므로 a 는 21의 배수이어야 한다.

또, 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{b}$ 이므로 3의 배수이어

야 한다. 즉, a 는 21과 3의 공배수이다.

따라서 a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는

63이고 $\frac{63}{168}=\frac{3}{8}$ 이므로 $b=8$

(2) $\frac{a}{7}-b=\frac{63}{7}-8=1$

[해설] 정답 참조